....

8- PAPEL LOGARÍTMICO

Este tipo de papel é utilizado para representar relações funcionais exponenciais entre duas grandezas. Existem basicamente dois tipos de papeis logarítmicos:

8.1- PAPEL MONO LOG

Neste papel, um dos eixos é uma escala logarítmica e o outro é uma escala linear. Este tipo de papel é utilizado quando a função a ser representada é do tipo:

$$y = k\,b^{cx}$$

Note que na relação acima, qualquer que seja o número b, ajustando-se as constantes k e c podemos represntar a mesma curva, isto é, existem infinitas maneiras de se representar a mesma curva.

Em física, é muito conveniente usar para b o número irracional e = 2,7182818... base dos logarítmicos neperianos. Desta forma a relação entre x e y é escrita:

$$y = k\,e^{cx} \qquad (1)$$

8.2- PAPEL LOG-LOG OU DI-LOG

.

Neste papel, ambos os eixos são escalas logrítmicas. Este tipo de papel é utilizado quando a função a ser representada é do tipo:

$$y = k\,x^{a}$$

.

.

8.3-USO DO PAPEL MONO LOG.

.

Aplicando logarítmo neperiano (base e) aos dois membros da equação 1 acima:

.

$y = k\,e^{cx}$ temos:

.

$$\ln y = \ln k + cx$$

Vemos que esta é uma relação linear entre ln y e x com coeficiente linear ln k e coeficiente angular c.

Como vimos anteriormente, distâncias estarão representando os logarítmos dos números portanto, para se construir o gráfico, basta marcar diretamente os pontos correspondentes aos valores de x e y nos eixos logarítmicos.

O coeficiente linear ln k da equação é obtido diretamente da ordenada y correspondente a x = 0 e como neste caso:

ln y = ln k temos o valor de y = k no ponto correspondente a x = 0.

Costuma-se indicar o valor de y para x = 0 como y_o portanto:

$$y_o = k$$

Quanto ao coeficiente angular da reta será dado pela relação:

.

$$c = \frac{\Delta \ln y}{\Delta x} = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1}$$

.

Lembrando que $L_n = M_e \ln y_n$ substituindo na relação acima obtem-se diretamente do gráfico:

.

$$c = \frac{L_2 - L_1}{M_e\,(x_2 - x_1)} = \frac{\Delta L}{M_e\,\Delta x}$$

.

Onde o módulo M_e da escala na base e, assim como DL e Dx são obtidos diretamente do gráfico medindo-se as distâncias correspondentes com uma régua.

.

.

8.3.1- Exemplo de Uso de Papel Mono-log

.

Representar os pontos da tabela abaixo, confeccionar o gráfico e determinar os parametros da curva.

.

x (s)	y (cm)
20	2,2
40	3,3
60	4,8
80	7,0
100	10,0

Tab. 1 Dados para o gráfico monolog

.

.

Levando os valores da Tab. 1 ao papel mono-log temos o seguinte gráfico:

.

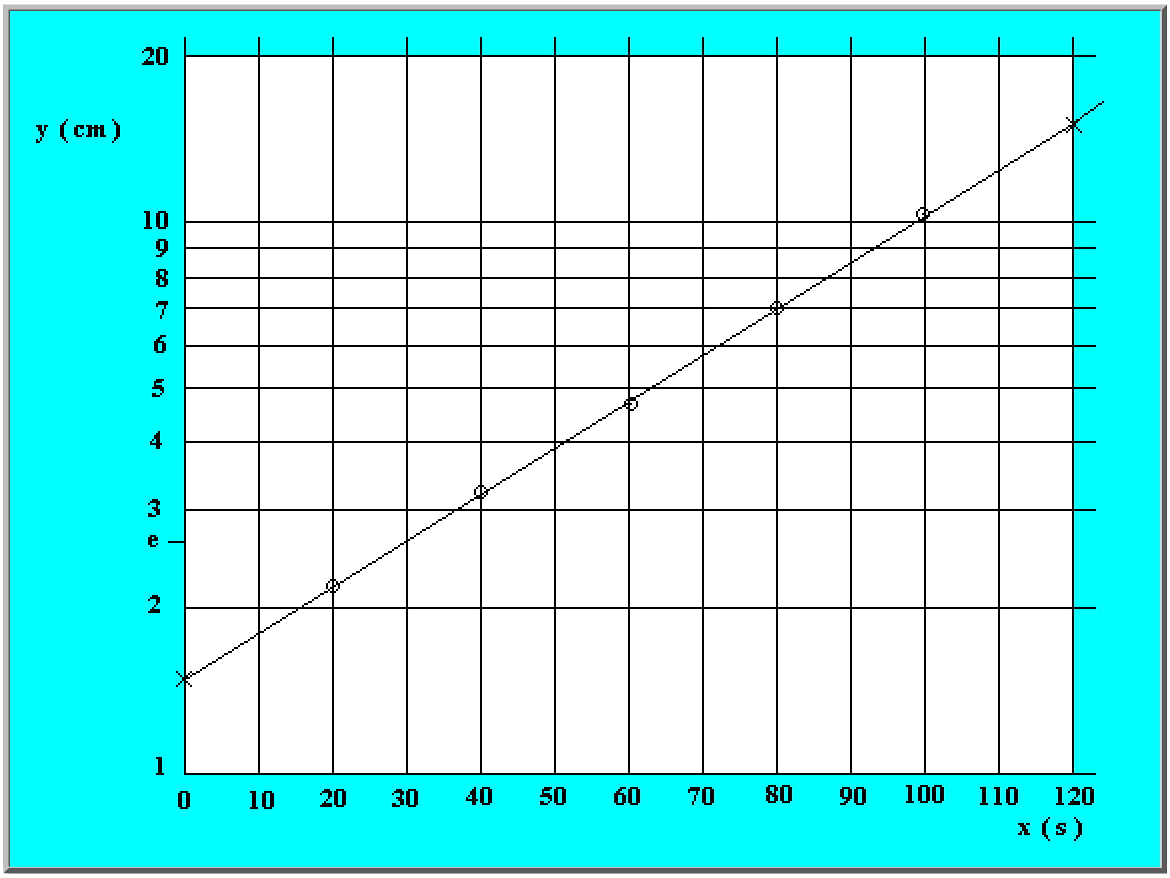

Fig.1- Gráfico mono-log para determinação de parâmetros.

- Determinação da constante k :

Pelo gráfico, para x = 0   y = k = 1,5 cm

.

- Determinação da constante c:

$$c = \frac{\Delta L}{M_e \, \Delta x} = \frac{L_2 - L_1}{L_e \, (x_2 - x_1)} = \frac{(106 - 16)\,mm}{39\ mm\ (120 - 0)\,s} =$$

$$= \frac{90}{4680}\, s^{-1} = 0{,}0192\, s^{-1}$$

.

Portanto a relação funcional entre x e y é:

.

$$y = 1,5\ e^{0,0192\ x}$$

.

.

8.4- USO DO PAPEL LOG LOG OU DI LOG

.

Neste papel, ambos os eixos são escalas logarítmicas. Este tipo de papel é utilizado quando a função a ser representada é do tipo:

.

$$y = k\,x^{a} \qquad (2)$$

Aplicando logarítmo à equação acima, obtemos:

$$\log y = \log k + a \log x$$

Podemos ver que esta equação é linear em log y e log x. Como as escalas nos dois eixos são logarítmicos basta marcar os valores de x e y diretamente.

O coeficiente linear log k é determinado pelo valor da ordenada em que a reta do gráfico corta o eixo y para x=1. Pois:

.

$$x = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \log x = 0$$

portanto:

.

$$\log k = \log y \qquad \Rightarrow \qquad k = y$$

A declividade da reta é determinada tomando-se dois pontos da reta :

.

$$a = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1} = \frac{L_{y_2} - L_{y_1}}{L_{x_2} - L_{x_1}} \frac{M_x}{M_y}$$

.

No caso mais usual, os módulos dos eixos M_x e M_y são iguais e neste caso:

.

$$a = \frac{L_{y_2} - L_{y_1}}{L_{x_2} - L_{x_1}} = \frac{\Delta L_y}{\Delta L_x}$$

.

Isto é; a constante a é calculada simplesmente **medindo-se com uma régua** os comprimentos D^{L_x} e D^{L_y} e efetuando a divisão.

.

.

8.4.1- Exemplo do Uso de Papel Log-Log

.

Representar os pontos da Tab. 2 abaixo, em papel log log e determinar a relação entre y e x.

..

.

x	1,5	2	3	4	5	6
y	4,4	8	18	32	50	72

Tab.2 Dados para o gráfico Log Log.

.

Solução:

Construindo o gráfico, dele se obtém uma relação linerar entre log y e log x.

.

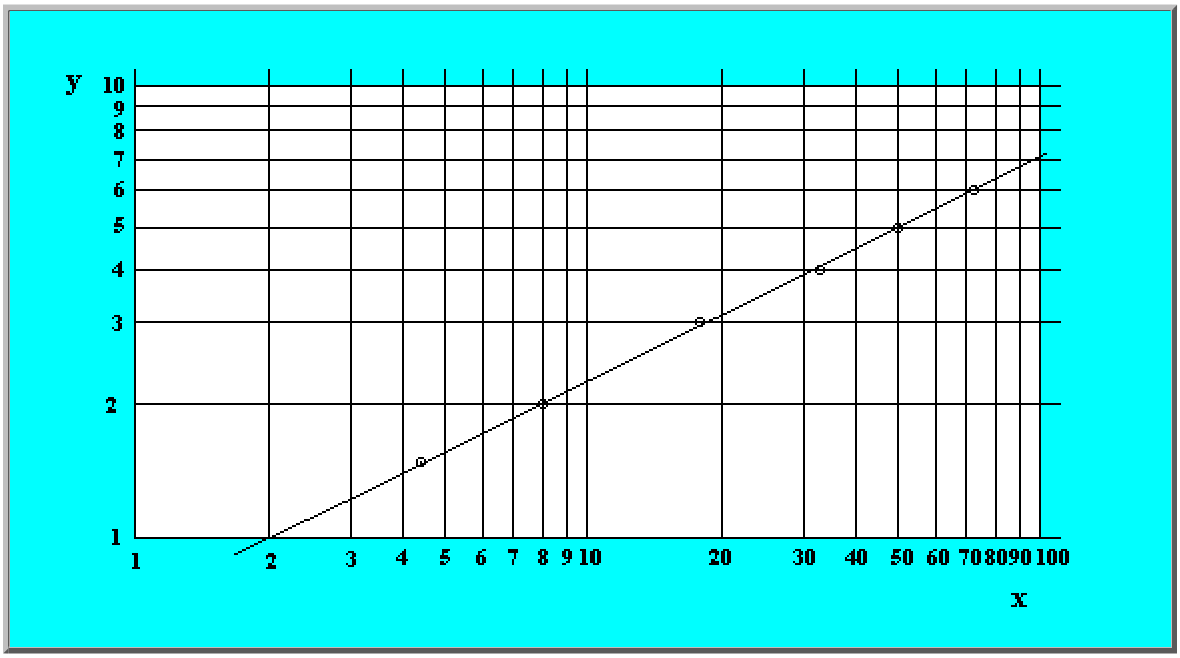

Fig.9 - Grafico Log-Log

$$\log y = \log k + a \log x$$

....

Para obter k diretamente do gráfico, por extrapolação, basta prolongar a reta até que esta cruze o eixo das ordenadas em x = 1 pois nesta situação log x = 0.

$$\log k = \log y \qquad k = y = 2$$

Obtemos o coeficiente angular e tomando as coordenadas de dois pontos, os mais afastados possíveis, sôbre a reta:

.

$$a = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1} = \frac{\log 100 - \log 2}{\log 7 - \log 1} = \frac{\frac{L_{100} - L_2}{M}}{\frac{L_7 - L_1}{M}} =$$

$$= \frac{\Delta L_{100-2}}{\Delta L_{7-1}} = \frac{12{,}7\ \text{cm}}{6{,}3\ \text{cm}} = 2{,}0$$

.

A relação funcional entre y e x está completamente determinada.

$$y = 2\, x^{2{,}0}$$

.

.